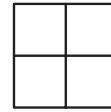


Qüestions de 3 punts:

1. Els nombres 3, 4 i dos nombres més que desconeixem estan escrits a les caselles d'una taula  $2 \times 2$ . Se sap que les sumes dels nombres per files són 5 i 10, i la suma dels nombres a una de les columnes és igual a 9. Quin és el més gran dels dos nombres desconeguts?



- A) 5                      B) 6                      C) 7                      D) 8                      E) 3

2. Si  $x + y = 0$  i  $x \neq 0$ , aleshores quin és el valor de la fracció  $\frac{x^{2008}}{y^{2008}}$  ?

- A)  $-1$                       B) 0                      C) 1                      D)  $2^{2008}$                       E)  $\frac{x}{y}$

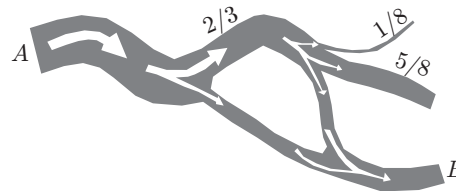
3. Una taula conté vint-i-una columnes numerades  $1, 2, \dots, 21$  i trenta-tres files numerades  $1, 2, \dots, 33$ . Eliminem les columnes amb un número que no és múltiple de 3 i també les files amb un número parell. Quantes caselles de la taula queden després de fer això?

- A) 110                      B) 121                      C) 115,5                      D) 119                      E) 242

4. Quants nombres primers  $p$  compleixen que  $p^4 + 1$  és també un nombre primer? (*Observació*: 1 no és un nombre primer).

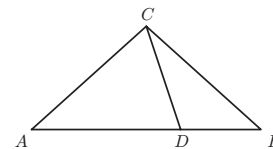
- A) Cap.                      B) Un.                      C) Dos.                      D) Tres.                      E) Infinites

5. Després de passar per un punt  $A$ , un riu molt cabalós se separa en dos braços. El primer braç agafa  $\frac{2}{3}$  de l'aigua i el segon la resta. Més tard, el primer braç se separa en tres, un agafant  $\frac{1}{8}$  de l'aigua del braç, un altre  $\frac{5}{8}$ , i el tercer, la resta. Més endavant, aquest darrer braç es troba una altra vegada amb un braç del riu. El mapa mostra la situació. Quina proporció de l'aigua original corre pel punt  $B$ ?



- A)  $\frac{1}{3}$                       B)  $\frac{5}{4}$                       C)  $\frac{2}{9}$                       D)  $\frac{1}{2}$                       E)  $\frac{1}{4}$

6. Tenim un triangle isòsceles  $ABC$  ( $CA = CB$ ) i un punt  $D$  sobre el costat  $AB$ . Si es compleix  $CA = CB$ ,  $AD = AC$  i  $DB = DC$ , quant val l'angle  $\widehat{ACB}$  ?



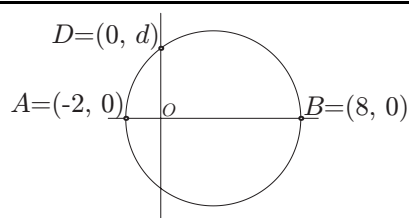
- A)  $98^\circ$                       B)  $100^\circ$                       C)  $104^\circ$                       D)  $108^\circ$                       E)  $110^\circ$

7. A la figura, els dos hexàgons regulars són iguals. Quina és la relació entre l'àrea de la regió grisa i la del paral·lelogram?



- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{2}{3}$                       D)  $\frac{2}{5}$                       E)  $\frac{5}{12}$

8. La figura mostra una circumferència de diàmetre  $AB$ , situat sobre l'eix d'abscisses, i un punt  $D$  de la circumferència situat a l'eix d'ordenades. Trobeu  $d$ .



- A) 3                      B)  $2\sqrt{3}$                       C) 4                      D) 5                      E) 6

9. Sobre una recta, i posats en aquest ordre, tenim cinc punts diferents  $A_1, A_2, A_3, A_4$  i  $A_5$ , a intervals entre punt i punt que poden ser diferents. Un altre punt,  $P$ , està posat sobre la mateixa recta de manera que la suma de les distàncies  $PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5$  és la més petita possible. Aleshores, el punt  $P$  és:

- A)  $A_1$     B)  $A_2$     C)  $A_3$     D) Qualsevol punt entre  $A_2$  i  $A_4$     E) Qualsevol punt entre  $A_1$  i  $A_5$

10. La Nora vol omplir els dos llocs lliures d'un nombre  $2\_ \_ 8$  amb dues xifres de manera que el nombre complet sigui divisible per 3. De quantes maneres ho pot fer?

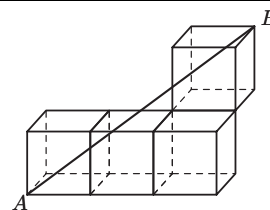
- A) 29                      B) 30                      C) 19                      D) 20                      E) 33

### Qüestions de 4 punts:

11. Tenim els set nombres  $-9, 0, -5, 5, -4, -1, -3$ . N'agafem sis i els agrupem en parelles de manera que la suma dels elements de cada parella sigui la mateixa. Quin nombre no hem agafat?

- A) 5                      B) 0                      C)  $-3$                       D)  $-4$                       E)  $-5$

12. Cada un dels cubs de la figura té aresta de longitud igual a 1. Quina és la longitud del segment  $AB$ ?



- A)  $\sqrt{17}$                       B) 7                      C)  $\sqrt{13}$                       D)  $\sqrt{7}$                       E)  $\sqrt{14}$

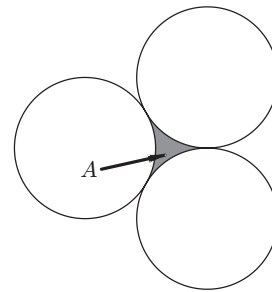
13. En un concurs de matemàtiques es proposen cinc problemes. Cada un d'ells es puntua amb un valor que és un enter positiu, però com que els problemes tenen diferent dificultat, no n'hi ha dos que es puntuïn igual. En Bernat ha fet els cinc problemes i ha tingut un total de 10 punts pels dos problemes amb menys puntuació i un total de 18 punts pels dos problemes de més puntuació. Quants punts ha obtingut en Bernat per tots cinc problemes?

- A) 30                      B) 32                      C) 34                      D) 35                      E) 40

14. La Matilde pinta 36 cangurs fent servir tres colors diferents. Hi ha 25 cangurs que tenen alguna part pintada de groc, 28 tenen alguna part pintada de marró i 20 contenen alguna cosa pintada de negre. Només 5 cangurs tenen parts pintades en tots tres colors. Quants cangurs ha pintat la Matilde d'un sol color?

- A) 0                      B) 4                      C) 12                      D) 31                      E) No es pot saber

15. Tres circumferències de radi  $r$  són tangents de dues en dues, tal com mostra la figura. Quina és l'àrea de la regió  $A$ ?



- A)  $(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})r^2$     B)  $(\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2})r^2$     C)  $\frac{\pi r^2}{8}$     D)  $(\sqrt{3} - \frac{3}{2})\pi r^2$     E)  $(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2})r^2$

16. El valor màxim de  $f(x) = |5 \sin x - 3|$  per  $x \in \mathbf{R}$  és

- A) 2    B) 3    C)  $\pi$     D)  $5\pi$     E) 8

17. El numerador i el denominador d'una fracció són nombres negatius, i el numerador és més gran que el denominador en una unitat. Quina d'aquestes afirmacions sobre la fracció és certa?

- A) La fracció és un nombre més petit que  $-1$ .    B) La fracció és un nombre entre  $-1$  i  $0$ .    C) La fracció és un nombre positiu menor que  $1$ .    D) La fracció és un nombre més gran que  $1$ .    E) No es pot determinar si la fracció és un nombre positiu o negatiu.

18. Suposem que els nombres racionals  $x$ ,  $y$  i  $z$  compleixen  $x^2yz^3 = 7^3$  i  $xy^2 = 7^9$ . Aleshores, quin és el valor de  $xyz$ ?

- A)  $7^4$     B)  $7^6$     C)  $7^8$     D)  $7^9$     E)  $7^{10}$

19. Triem a l'atzar tres punts de la figura. Quina és la probabilitat que estiguin alineats?



- A)  $\frac{1}{12}$     B)  $\frac{3}{12}$     C)  $\frac{1}{16}$     D)  $\frac{1}{8}$     E)  $\frac{1}{11}$

20. Quin és el nombre enter  $n$  més gran que compleix que  $1 + 2 + \dots + n \leq 2008$ ?

- A) 50    B) 61    C) 62    D) 63    E) 70

### Qüestions de 5 punts:

21. Les longituds de les arestes d'un ortoedre (paralelepípede rectangular), mesurades en centímetres, són nombres enters que formen una progressió geomètrica de raó 2. Quin dels valors següents pot ser el volum de l'ortoedre?

- A)  $120 \text{ cm}^3$     B)  $188 \text{ cm}^3$     C)  $216 \text{ cm}^3$     D)  $350 \text{ cm}^3$     E)  $500 \text{ cm}^3$

22. A l'operació de la figura, cada asterisc representa un dígit. Quant val la suma dels dígit del producte?

$$\begin{array}{r} \text{***} \\ \times 1** \\ \hline 22** \\ 90* \\ \hline **2 \\ \hline 56*** \end{array}$$

- A) 16    B) 20    C) 26    D) 30    E) Una altra resposta

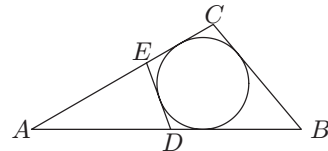
23. Trobeu el valor de l'expressió  $x^2 + y^2 + z^2$ , si  $x + y + z = 1$  i  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ .

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) És impossible saber-ho.

24. El primer element d'una successió és  $a_1 = 0$ , i si  $n \geq 1$ , aleshores  $a_{n+1} = a_n + (-1)^n n$ . Si  $a_k = 2008$ , quin és el valor de  $k$ ?

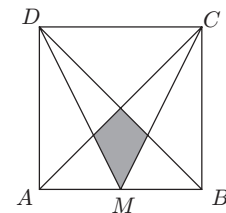
- A) 2008                      B) 2009                      C) 4017                      D) 4018                      E) Un altre.

25. Una circumferència està inscrita en el triangle  $ABC$ , tal com mostra la figura. Sabem que  $AC = 5$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 3$ . El segment  $ED$  és tangent a la circumferència. Determineu el perímetre del triangle  $ADE$ .



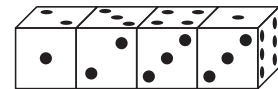
- A) 7                      B) 4                      C) 9                      D) 6                      E) 8

26. El quadrat de la figura té costats de longitud 1, i  $M$  és el punt mitjà del costat  $AB$ . Quina és l'àrea de la regió grisa?



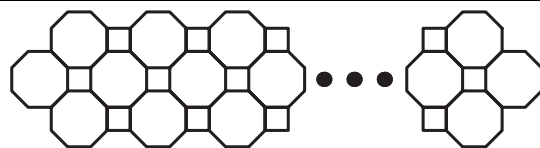
- A)  $\frac{1}{24}$                       B)  $\frac{1}{16}$                       C)  $\frac{1}{8}$                       D)  $\frac{1}{12}$                       E)  $\frac{2}{13}$

27. Quatre daus idèntics estan col·locats en fila, tal com mostra la figura. Cada dau té cares amb puntuació 1, 2, 3, 4, 5 i 6, però els daus no són normals, és a dir, la suma de punts de les cares oposades no és necessàriament igual a 7. Quina és la suma de punts de les sis cares dels daus que es toquen?



- A) 19                      B) 20                      C) 21                      D) 22                      E) 23

28. Amb un munt d'agulles de cosir hem construït aquesta figura tan bonica. Sabem que hi ha 61 octògons. Quantes agulles hem usat?



- A) 488                      B) 400                      C) 328                      D) 244                      E) 446

29. El nombre  $3^{32} - 1$  té exactament dos divisors que són més grans que 75 i més petits que 85. Quin és el producte d'aquests dos divisors?

- A) 5852                      B) 6560                      C) 6804                      D) 6888                      E) 6972

30. Si  $\sin x + \cos x = m$ , aleshores  $\sin^4 x + \cos^4 x$  és igual a

- A)  $1 - \frac{(1 - m^2)^2}{2}$                       B)  $1 + \frac{(1 - m^2)^2}{2}$                       C)  $\frac{1 - (1 - m^2)^2}{2}$                       D)  $m^4$                       E)  $m^4 + 1$