

# HIDRODINÀMICA

MP02 - TRANSPORT DE SÒLIDS I FLUIDS

UF1 - CONTROL DE TRANSPORT DE LÍQUIDS

NF1 - CONTROL DEL TRANSPORT DE LÍQUIDS

A12 - FLUIDS

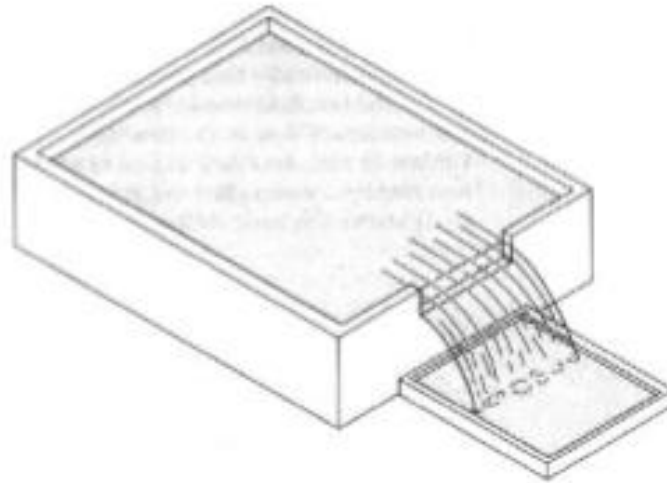
# HIDRODINÀMICA

Per l'estudi del moviment dels fluids s'ha de tenir en compte tres principis:

- Principi de conservació de la massa: llei de continuïtat
- Principi de l'energia cinètica: equació de Bernoulli
- Principi de la quantitat de moviment: equacions per calcular les forces dinàmiques exercides pels fluids en moviment

El fluid que no tingui viscositat totes les partícules situades en un pla perpendicular a l'eix del tub tenen la mateixa velocitat pròpia del lloc de pas.

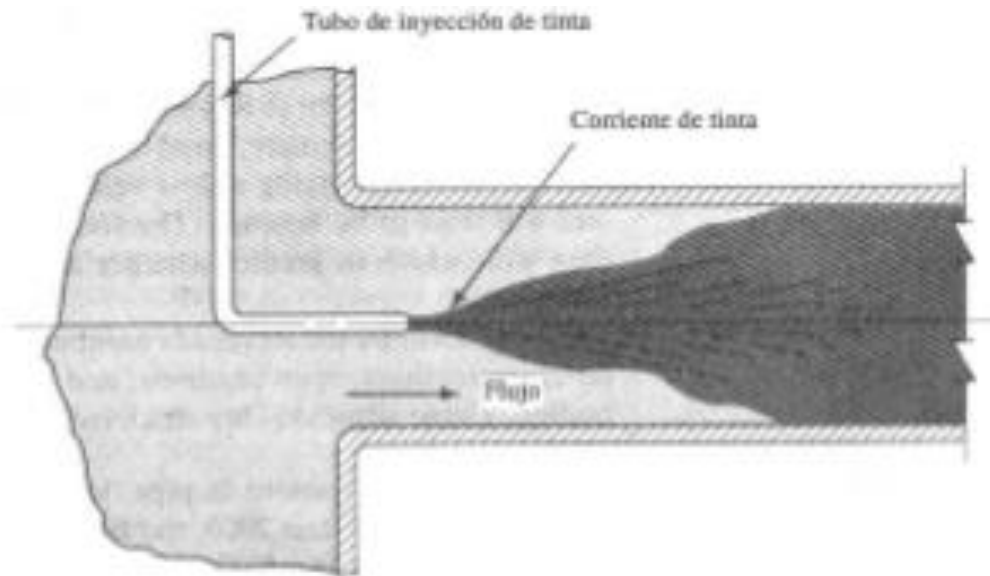
- **Règim laminar:** quan les trajectòries formen línies que no es creuen. Per exemple les ales del avió penetrant en l'atmosfera provocant un règim laminar. En un regim turbulent l'avió perdria el control. Un canal obert com el de la figura també representa un flux laminar.



En canvi si la viscositat es apreciable i hi ha una velocitat alta, les trajectòries de les partícules són aleatòries i cada partícula té una velocitat diferent de l'altra.

- **Règim turbulent:** quan les seves partícules formen línies que es creuen, avançant i retrocedint i passant repetidament una mateixa partícula pel mateix punt

Un flux turbulent el tenim quan: barreja de dos o més fluids.



# FLUX DELS FLUIDS

- **Flux permanent:** apareix quan en un punt en concret per on circula un fluid, la velocitat de les partícules que ocupen aquest punt en els successius instants és la mateixa. Per tant, la velocitat és constant respecte el temps. Encara que pot variar d'un punt a un altre.

Per exemple al buidar un dipòsit per un orifici en el fons, si es manté constant l'altura del dipòsit, la velocitat del fluid per l'orifici serà constant. En canvi, si el nivell del dipòsit va disminuint a mesura que es va buidant, la velocitat del fluid en per l'orifici de sortida no serà constant, (anirà disminuint), per tant es tractarà d'un flux variable (no uniforme)

- **Flux uniforme:** apareix quan el mòdul, la direcció i el sentit de la velocitat no varien de un punt a un altre del fluid. Així que el flux de líquids sota a pressió a través de canonades de diàmetre constant és uniforme, tant si el règim és permanent com variable.

# PRINCIPI DE CONTINUÏTAT

En una canonada de secció  $S$  per la qual circula en règim laminar un líquid amb velocitat  $v$ , el cabal del líquid que haurà passat al cap d'un segon serà l'equivalent a la base  $S$  :

$$Q = S \cdot v$$

Si suposem que la canonada és de secció variable, serà:

$$Q_1 = S_1 \cdot v_1 ; Q_2 = S_2 \cdot v_2 ;$$

I tenint en compte que els líquids són incompressibles resulta que:

$$Q_1 = Q_2$$

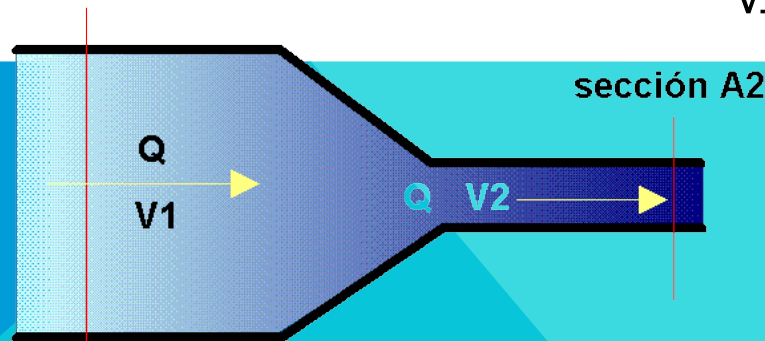
I per tant

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$v_1 / v_2 = S_2 / S_1$$

Les velocitats d'un líquid movent-se en règim laminar, són inversament proporcionals a l'àrea de les seccions de la canonada per la qual circula. O sigui, que on la secció disminueix la velocitat augmenta (Exemple: corrent als rius).

seccion A1



Ecuación de Continuidad

Cabal màssic:  $\rho_1 \cdot S_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot v_2$  (Kg/s)

Cabal volumètric:  $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$  (m<sup>3</sup>/s)

## EXEMPLE 1

En una canonada de 5 cm de diàmetre circula un fluid a una velocitat de 6 m/s. Calcula el cabal i la velocitat del fluid en la canonada en un punt de diàmetre 7 cm.

EXERCICI 1, 2 i 3

# TEOREMA DE BERNOULLI

Aquesta expressió surt d'aplicar al flux de fluid el **principi de conservació de l'energia**. En una canonada de secció variable, l'energia total del líquid és igual a la suma de la seva energia potencial, la seva energia cinètica i la seva energia de pressió.

$$E_t = E_p + E_c + E_{pr}$$

$E_p$  : energia potencial =  $m \cdot g \cdot h$

$E_c$ : energia cinètica =  $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

$E_{pr}$ : energia de pressió =  $P \cdot V = P \cdot W / \gamma = mg \Delta h$

En molts equips i aparells utilitzats en els processos químics, com els reactors, columnes de destil·lació, bescanviadors de calor, forns, etc., les variacions d'energia cinètica, potencial i treball mecànic són despreciables respecte a les variacions d'energia interna i fluxos de calor. En canvi en les xarxes de distribució, bombes, turbines, en què l'energia cinètica i potencial i el treball són més importants que l'energia interna i els fluxos de calor



Com a conseqüència del principi de conservació de l'energia, l'energia total ha de ser igual a la suma de totes les energies en qualsevol punt de la canonada, i per tant s'ha de complir:

$$mgh_1 + \frac{1}{2} m (v_1)^2 + P_1V = mgh_2 + \frac{1}{2} m (v_2)^2 + P_2V$$

on  $\rho = m/V$  i dividint l'expressió anterior per  $V$  queda:

$$\rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1)^2 + P_1 = \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho (v_2)^2 + P_2 = K$$

on  $K$  és una constant

<https://www.youtube.com/watch?v=UJ3-Zm1wblQ>

Aquesta fórmula constitueix el teorema de Bernoulli que diu:

*En un líquid en moviment la suma de les energies potencial i cinètica i de la pressió és constant en qualsevol punt de la canonada.*

on  $\rho g = \gamma$  (pes específic)

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} = K$$

El terme  $h$  representa l'alçada topogràfica, el terme  $\frac{v^2}{2g}$  representa l'alçada de velocitat i el terme  $\frac{P}{\gamma}$  l'alçada de pressió.

Si la conducció és horitzontal l'equació de Bernoulli es simplifica:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} = K$$

# RESTRICCIONS DE L'EQUACIÓ DE BERNOULLI

- o Només per fluids incompressibles ja que la densitat s'ha pres idèntica en les dos seccions
- o No podem haver dispositius mecànics entre les dos seccions que puguin donar o eliminar energia del sistema
- o No poden haver transferències d'energia de dins a fora o de fora a dins
- o No poden haver pèrdues d'energia degut a la fricció.

En realitat cap sistema satisfà totes aquests punts, però hi ha molts sistemes pels quals només es tindrà un error menyspreable.

De forma general l'equació de Bernoulli quedaria com:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + H_A - H_R - H_L = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} = K$$

on :

- H A: és l'aportació energètica de les bombes
- H R: és l'energia que absorbeixen les turbines
- H L: és la pèrdua de càrrega per fregament.

## EXEMPLE 2

Per una canonada horitzontal de secció variable circula un fluid de densitat  $1100 \text{ kg/m}^3$ . Per la part més estreta la velocitat del fluid és de  $20 \text{ m/s}$  i per la secció més ampla  $10 \text{ m/s}$ . La pressió en aquest punt és de  $500 \text{ N/m}^2$ . Calcula la pressió existent en un punt de la secció estreta.

## EXEMPLE 3

Determina la velocitat de sortida de l'aigua i el cabal d'un dipòsit. El dipòsit disposa d'un forat en la part inferior de 10 cm de diàmetre situat a 3 cm per sota del nivell.

# EQUACIÓ DE TORRICELLI

- La velocitat
- par
- a) El lí
- b) El n
- trac
- ded
- c) La s
- d'un
- d) Les

En el punt 1:

$$H_1 = H_m$$

$$V_1 = 0 \text{ m/s}$$

$$P_1 = 0 \text{ Pa}$$

En el punt 2:

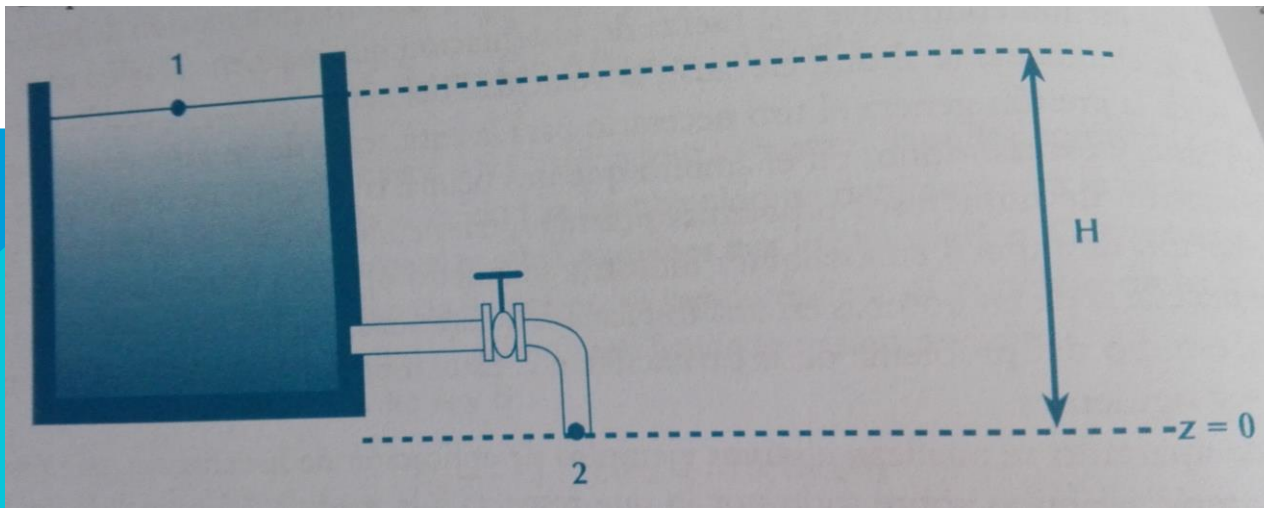
$$H_2 = 0 \text{ m}$$

$$P_2 = 0 \text{ Pa}$$

Si apliquem l'equació de Bernoulli:

$$H + 0 + 0 = 0 + \frac{v_2^2}{2g} + 0$$

$$V_2 = \sqrt{2gH}$$



# EQUACIÓ DE TORRICELLI (EXERCICI)

A la paret d'un dipòsit ple fins a un altura de 9m, s'obre un punt circular d'1cm de radi a l'altura mitjana de l'altura del líquid dins del dipòsit. Si el nivell del dipòsit és manté constant, calcula:

- a) La rapidesa de sortida del líquid per l'orifici
- b) La despesa de líquid per segon

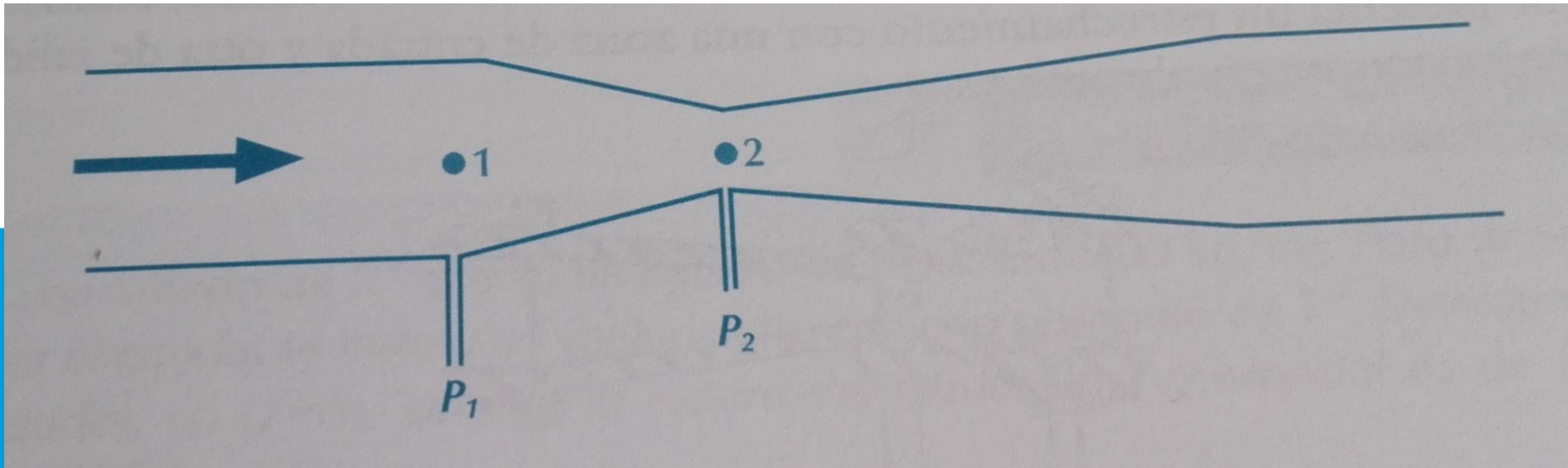
# EFFECTE VENTURI

<https://www.youtube.com/watch?v=jZH4iJcfs3A>

<https://www.youtube.com/watch?v=Na9ORhYjvJU>

Consisteix en la depressió produïda en un fluid al passar per un punt de menor secció. Aquest efecte també es dedueix a partir de l'equació de Bernoulli i, presenta moltes aplicacions pràctiques.

Segons l'equació de continuïtat la disminució de la secció en el punt 2 implicarà un augment de la velocitat en aquest punt ( $v_2 > v_1$ ) i, per tant, l'equació de Bernoulli, aquest augment de velocitat comportarà necessàriament, una disminució de l'altura de pressió en aquest punt. ( $P_2 < P_1$ ).





# EFFECTE VENTURI

## Aplicacions de l'efecte Venturi

**Polvoritzadors:** aparells per polvoritzar líquids. La reducció de la secció de sortida produeix una disminució de la pressió que fa que el mateix cabal faci sortir el líquid.

**Carburador:** el carburador dels cotxes s'utilitza per gasificar la benzina.

**Ejectors:** aparells que acceleren un corrent de fluid, produint una depressió mitjançant un altre fluid. Per accelerar el tiratge d'una xemeneia

# EFFECTE VENTURI

Si tenim una canonada de secció variable (amb un estretament) es considera amb l'eix en posició horitzontal que:

$$h_1 = h_2$$

on  $h_1$  i  $h_2$  són les alçades sobre l'eix abans i després de l'estretament respectivament.

Per tant:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} = K$$

i en general

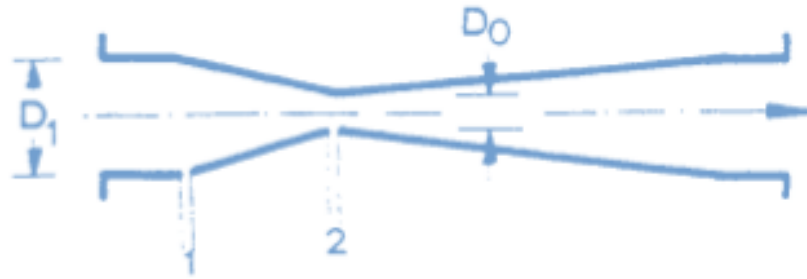
$$\frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} = K$$

Com que  $v^2$  depèn de la secció de la canonada, pel principi de continuïtat, deduïm l'efecte Venturi:

On hi ha un estretament de la canonada es produeix un augment de la velocitat i en conseqüència una disminució de la pressió, mentre que on hi ha un eixamplament de la canonada es produeix una disminució de la velocitat i en conseqüència un augment de la pressió.

# EFFECTE VENTURI: tub de venturi (mesura del cabal)

És més precís. No produeix estrenyiment bruscat sinó progressiu per tant s'eviten les pèrdues de càrrega del diafragma. Degut al seu alt preu només s'utilitza en casos molt especials.



**Figura 12**

La instal·lació d'aquests elements s'ha de fer en trams rectes perquè el fluid arribi en règim laminar.

# EFECTE VENTURI: tub de venturi (mesura del cabal)

L'aplicació de l'equació de Bernoulli als punts 1 i 2 del venturímetre

La velocitat teòrica en el punt 2:

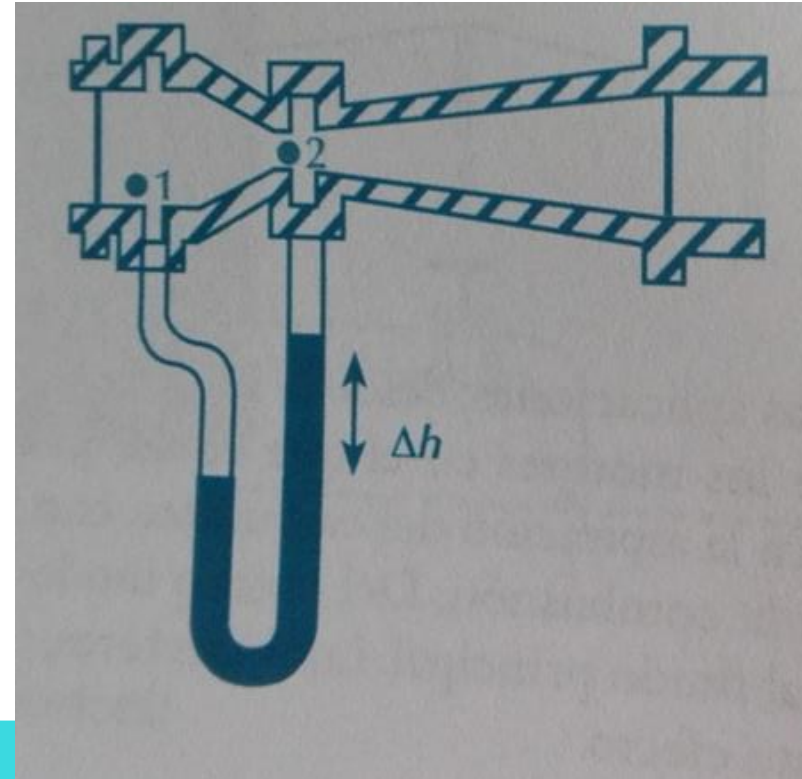
$$v_{2teòrica} = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}$$

Ja que no s'ha contemplat les pèrdues per fricció i la turbulència suplementària que introdueix la contracció.

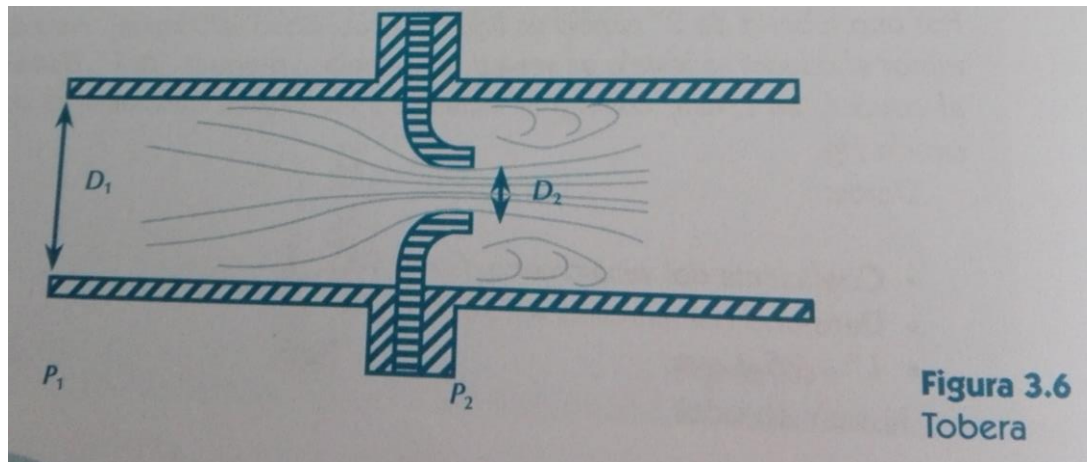
Si es vol tenir en compte s'introduirà un coeficient C, determinat experimentalment per cada dispositiu

Per determinar el cabal  $Q = C \cdot A_2 \cdot v_{2teòrica}$

$$Q = C \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} = C \cdot \sqrt{\frac{2g\Delta h}{\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}}}$$



- ▶ Funciona igual que el venturímetre, es pot aplicar la mateixa equació.
- ▶ Genera turbulències a la sortida de la boca, comporta major pèrdues de càrrega i un menor valor de coeficient.



# EFFECTE VENTURI: tub de venturi (mesura del cabal)

Per una canonada de 2" circula un líquid de densitat  $900\text{Kg/m}^3$ . Per determinar el cabal s'instal·la un venturímetre amb un diàmetre de 1". Determina el cabal, en L/min, quan la lectura del manòmetre diferencial és de 12 cm de Hg.

- DADES:
  - Coeficient del venturímetre,  $C=0,96$
  - Densitat del mercuri  $13600\text{Kg/m}^3$
  - $1"= 25,4\text{mm}$

# EFECTE VENTURI

## Placa d'orifici o diafragma

És l'element més utilitzat. Consisteix en una placa metàl·lica amb un orifici calibrat, instal·lada entre dues brides de la canonada, reduint la secció en aquest punt.

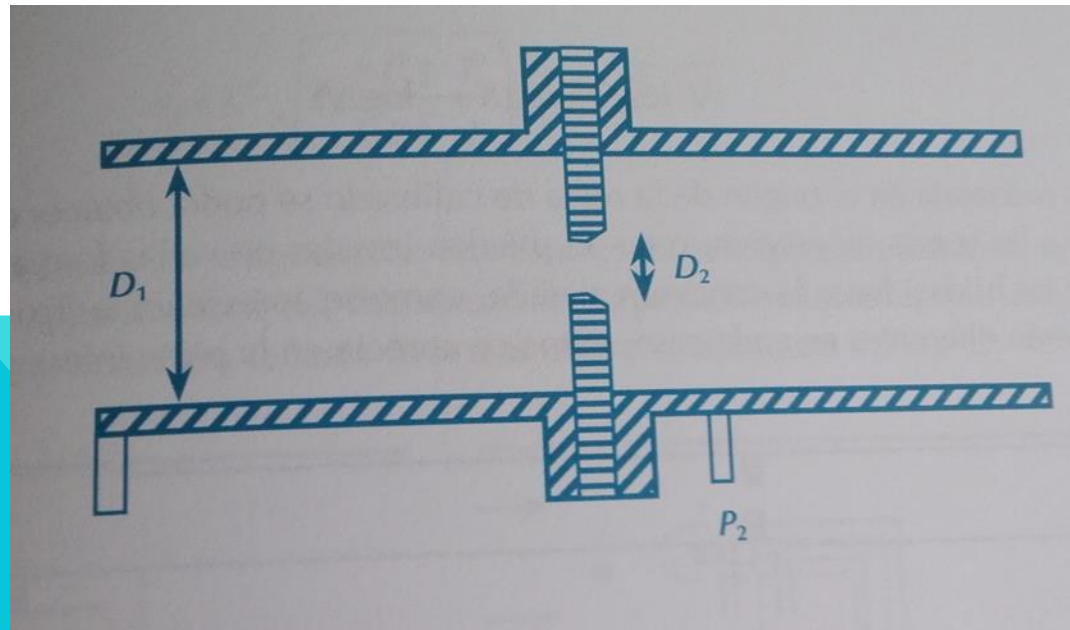
Al circular el fluid a través de la placa augmenta la seva velocitat, disminuint la pressió de manera proporcional al quadrat del cabal. Un mesurador de pressió diferencial, un manòmetre, situat en els dos costats de la placa, abans del diafragma i després del diafragma, ens permeten saber el cabal que circula.

# PLACA D'ORIFICI O DIAFRAGMA

Placa perfectament perforada i mecanitzada, amb un orifici concèntric a la canonada en la que s'instal·la. També podem aplicar les equacions del venturímetre.

Són equips econòmics i de fàcil instal·lació, presenten coeficients al voltant de 0,6, per tant les pèrdues de càrrega són importants, podent superar el 30%. Els tubs de venturi són molt més cars però ofereixen coeficients majors ( $C \approx 0,98$ ) i unes pèrdues de càrrega permanents del 15%.

Les pèrdues de càrrega es tradueixen a un major consum de kW/h per part dels elements impulsors (bombes)





# TUB PITOT

Quan un fluid en moviment és obligat a aturar-se genera una pressió major que la del corrent del fluid. La magnitud d'aquest increment de pressió es

$$h_1 + (v_1)^2/2g + P_1/\gamma - h_L = h_2 + (v_s)^2/2g + P_s/\gamma$$

El tub  
ce  
pe  
l'ò  
se

$$h_1 = h_2 \text{ i } v_s = 0 \text{ (velocitat al interior del tub)}$$

$$(v_1)^2/2g + P_1/\gamma - h_L = P_s/\gamma$$

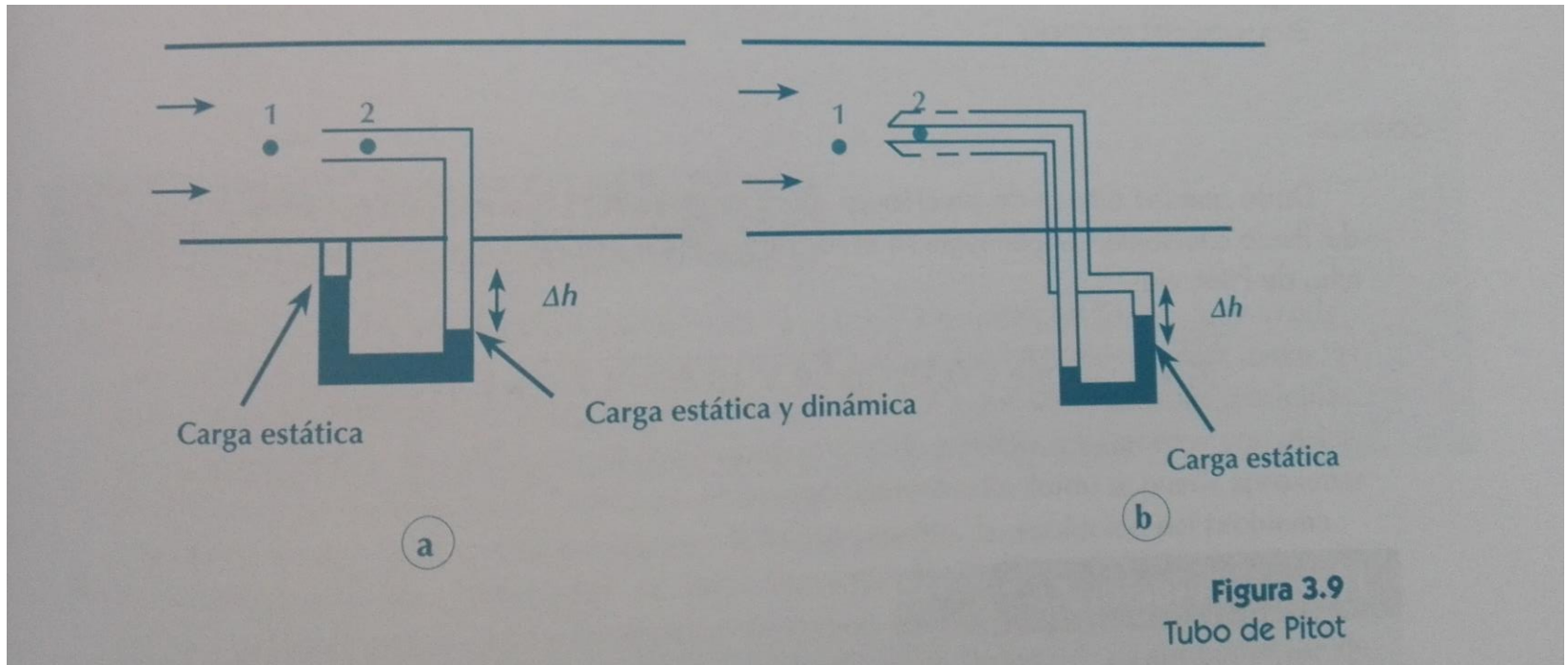
$$v_1 = (2g[(P_s - P_1)/\gamma])^{1/2}$$

$$v_1 = (2g \Delta h (\gamma_g - \gamma)/\gamma)^{1/2}$$

l  
que  
dues  
citat.

on  $\gamma_g$  és el pes específic del fluid del tub pitot

# TUB PITOT



# PÈRDUES DE CÀRREGA

$H_L$  es refereix a les pèrdues d'energia per fricció del líquid en moviment

$$H_L = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

on :

- H : és la pèrdua de càrrega en metres de columna
- f: factor de fricció sense dimensions
- L: és la longitud del tub
- D: és el diàmetre
- g: és el valor de la gravetat

L'equació de Darcy és pot utilitzar per canonades rectes tant en flux laminar com turbulent. La diferència entre un tipus de flux i un altre estarà en el valor del factor de fricció f.

En el flux turbulent, per a trobar les pèrdues de càrrega, s'ha d'utilitzar l'equació de Darcy. El problema està en que no coneixem el factor de fricció  $f$  ja que l'equació anterior només serveix per a flux laminar i el flux turbulent no té moviments regulars i definits, és caòtic i canvia constantment. Pera aquesta raó el factor  $f$  s'ha d'avaluar experimentalment. Les proves experimentals han demostrat que  $f$  depèn del nombre de Reynolds i de la rugositat relativa del conducte. Aquesta es pot calcular com el quocient entre el diàmetre del conducte i la rugositat promig de la paret del conducte.

Rugositat relativa =  $D/\varepsilon$

$$f = \frac{64}{\text{Nr}}$$

Igualant les equacions de Darcy i Hagen-Poiseulli es pot trobar que el valor del factor de fricció per al flux laminar és igual a:

$$f = \frac{64}{\text{Nr}}$$

# NOMBRE DE REYNOLDS

El comportament d'un fluid respecte a les pèrdues d'energia depèn de si el flux és laminar o turbulent. Per tant, necessitem d'un mitjà per predir el tipus de flux que tenim, quan l'observació directa és impossible, com per exemple a l'interior d'una canonada.

Es pot demostrar experimentalment que el caràcter del flux en una canonada depèn de:

- Densitat del fluid:  $\rho$
- Viscositat dinàmica del fluid:  $\mu$
- Diàmetre del conducte:  $D$
- Velocitat mitjana del flux:  $v$

Osborne Reynolds va ser el primer en demostrar que es possible predir el tipus de flux a partir d'un número adimensional:

$$N_R = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m} \cdot \text{s}}{\text{Kg}}$$

# NOMBRE DE REYNOLDS

En conductes o canonades (en d'altres, varia el Reynolds límit):

Si el nombre de Reynolds és menor de 2100 el flux serà laminar i si és major de 10000 el flux serà turbulent. El mecanisme i moltes de les raons per les quals un flux és laminar o turbulent és encara avui objecte d'especulació.

Segons altres autors:

Per a valors de  $Nr \leq 2000$  (per a flux intern en canonades circulars) el flux es manté estacionari i es comporta com si estigués format per làmines primes, que interactuen només en funció dels esforços tangencials existents. Per això a aquest flux se l'anomena flux laminar.

Per a valors de  $2000 < Nr < 4000$  (per a flux intern en canonades circulars) la línia del colorant perd estabilitat formant petites ondulacions variables en el temps, mantenint-se però prima. Aquest règim es denomina de transició.

Per a valors de  $Nr \geq 4000$  (per a flux intern en canonades circulars) després d'un petit tram inicial amb oscil·lacions variables, el colorant tendeix a difondre en tot el flux. Aquest règim és anomenat turbulent, és a dir caracteritzat per un moviment desordenat, no estacionari i tridimensional.

## EXEMPLE 4

La Glicerina flueix a 25°C per una canonada de diàmetre interior de 150mm. La velocitat mitjana del flux és de 3,6m/s. És un flux de règim laminar o de règim turbulent? ( $\rho = 1258\text{kg/m}^3$   $\alpha = 9,6 \cdot 10^{-1}$  Pa.s)

# PÈRDUES DE CÀRREGA

## Pèrdues de càrrega menors

A més de les pèrdues d'energia degudes al fregament existeixen altres pèrdues menors degudes a les vàlvules, colzes, contraccions o dilatacions de la canonada. En general es produeixen pèrdues menors d'energia quan hi ha un canvi en la secció creuada de la trajectòria de flux o en la direcció del flux, o quan la trajectòria està obstruïda com passa a les vàlvules.

En general podem escriure que:

$$H_L = K \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

on K és un valor que depèn de la longitud equivalent i el factor de fricció

$$K = (L_e/D) \cdot f_T$$